

Devoir libre 17

1) Le nombre 700 peut se décomposer de la manière suivante :

$$700 = 7 \times 100 = 7 \times 25 \times 4 = 7^1 \times 5^2 \times 2^2 = 2^2 \times 5^2 \times 7^1$$

On a décomposé 700 en produit de facteurs premiers.

Décompose 9 000 et 12 100 en produit de facteurs premiers.

$$9000 = 9 \times 1000 = 9 \times 8 \times 125 = 3^2 \times 2^3 \times 5^3 = 2^3 \times 3^2 \times 5^3$$

$$12100 = 121 \times 100 = 121 \times 4 \times 25 = 11^2 \times 2^2 \times 5^2 = 2^2 \times 5^2 \times 11^2$$

2) On donne :

$$1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$288 = 2^5 \times 3^2$$

5 est-il un diviseur commun à 1 080 et 288 ? Pourquoi ?

Non car 5 « ne se trouve pas » dans la décomposition de 288.

3 est-il un diviseur commun à 1 080 et 288 ? Pourquoi ?

Oui car 3 « est » bien dans la décomposition de 1 080 et 288.

Et 3^2 ? et 3^3 ? Justifie.

3^2 est bien un diviseur commun à 1 080 et 288 car, d'après les décompositions précédentes, on remarque que si l'on divise 1 080 et 288 par 3^2 , on obtiendra bien un entier.

Ce n'est pas le cas pour 3^3 , qui n'est donc pas un diviseur commun à 1 080 et 288.

Trouve un nombre entier n , le plus grand possible, tel que 2^n divise à la fois 1 080 et 288.

$$n = 3$$

Existe-t-il un autre facteur premier, différent de 2 et de 3, qui divise à la fois 1 080 et 288 ? Justifie.

Non car 288 se décompose en produit de facteurs premiers avec uniquement 2 et 3.

Montre que $\text{PGCD}(288 ; 1\,080) = 2^3 \times 3^2$

Ainsi, si l'on fait le bilan de ce qui précède, $\text{PGCD}(288 ; 1\,080) = 2^3 \times 3^2$

3) Déduis en PGCD (700 ; 12 100), PGCD (700 ; 9 000) et PGCD (12 100 ; 9 000).

$$\text{PGCD}(700 ; 12\,100) = 2^2 \times 5^2$$

$$\text{PGCD}(700 ; 9\,000) = 2^2 \times 5^2$$

$$\text{PGCD}(12\,100 ; 9\,000) = 2^2 \times 5^2$$

La structure métallique de la tour Eiffel a une masse de 7300 tonnes.

On considère que la structure est composée essentiellement de fer.

Sachant qu'un atome de fer a une masse de $9,352 \times 10^{-26}$ kg,

combien y a-t-il d'atomes de fer dans la structure.

$$1 \text{ tonne} = 1\,000 \text{ kg}$$

$$\frac{7300000}{9,352 \times 10^{-26}} = \frac{73}{9,352} \times \frac{10^5}{10^{-26}} \approx 7,8 \times 10^{31}$$

Il y a environ $7,8 \times 10^{31}$ atomes de fer dans la structure.