

## Activités fonctions.

### 10 4 Relever un défi

Un maître-nageur dispose d'un cordon flottant (ou ligne d'eau) de 320 m de longueur.

Il veut délimiter les trois côtés d'un rectangle de manière à ce que l'aire de la baignade soit maximale.

Comment doit-il placer le cordon (ou la ligne d'eau) ?



Grâce à cette activité, nous pouvons définir une fonction  $f$  qui à la longueur  $x$  de la zone de baignade, associe l'aire de cette zone :

$$f: \text{longueur} \mapsto \text{aire}$$

Soit  $x$  la longueur de la zone de baignade.

Alors la largeur se calcule en faisant :  $(320 - x) \div 2$

$$\begin{aligned} \text{Et l'aire se calcule en faisant : } L \times l &= x \times (320 - x) \div 2 \\ &= \frac{x(320 - x)}{2} \\ &= \frac{320x - x^2}{2} \end{aligned}$$

donc la fonction  $f$  se définit grâce à la formule :

$$\begin{aligned} f: x &\mapsto \frac{320x - x^2}{2} \\ &\text{antécédent} \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \text{image} \\ f(x) &= \frac{320x - x^2}{2} \end{aligned}$$

Une fonction se définit de 3 façons :

- par une formule
- par un tableau de valeurs
- par une courbe, une représentation graphique.

Pour pouvoir construire la courbe représentative de la fonction, on va déjà dresser le tableau de valeurs grâce au tableau :

↙ Formule saisie dans la cellule B2

B2		f <sub>x</sub> = (320*B1-B1^2)/2								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Longueur de la zone en m	0	20	40	60	80	100	120	140	160
2	Aire de la zone en m <sup>2</sup>	0	3000	5600	7800	9600	11000	12000	12600	12800

K	L	M	N	O	P	Q	R
180	200	220	240	260	280	300	320
12600	12000	11000	9600	7800	5600	3000	0

On observe dans le tableau que l'aire maximale est de 12 800 m<sup>2</sup> pour une longueur de 160 m :  $f(160) = 12\,800$   
 160 est un antécédent de 12 800 par la fonction  $f$ .  
 12 800 est l'image de 160 par la fonction  $f$ .

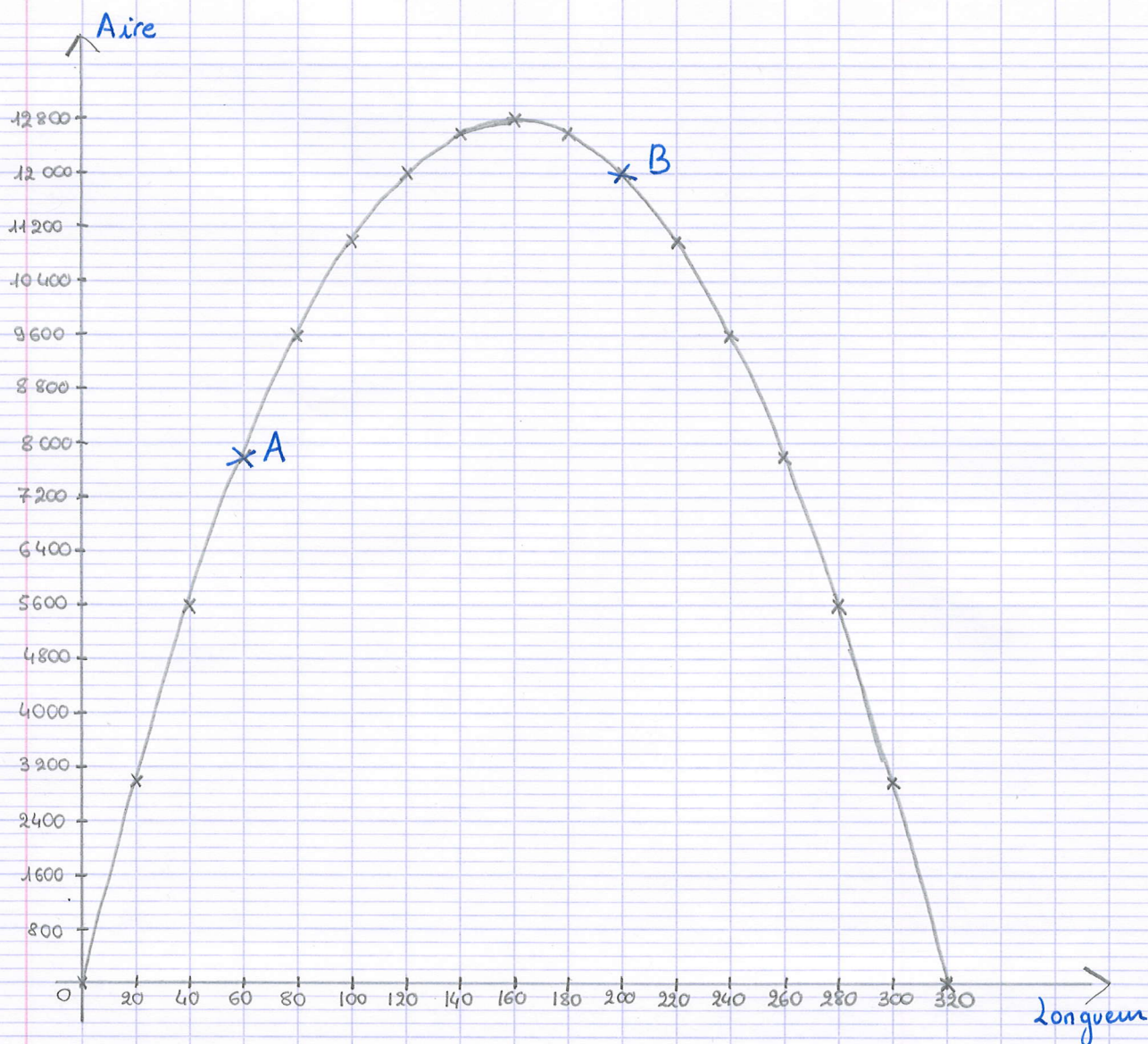
On peut maintenant construire la courbe représentative de la fonction  $f$ , c'est-à-dire la courbe qui permettra de visualiser l'évolution de l'aire de la zone de baignade en fonction de sa longueur.

Pour cela, on construit un repère, constitué de deux axes :

→ l'axe horizontal s'appelle l'axe des abscisses.

On y représentera les antécédents pour la fonction, c'est-à-dire les longueurs de zone de baignade en prenant comme unité 1 carreau pour 20 m.

→ l'axe vertical s'appelle l'axe des ordonnées. On y représentera les images pour la fonction, c'est-à-dire les aires de zone de baignade en prenant comme unité 1 carreau pour 800 m<sup>2</sup>.



Chaque point de cette courbe a des coordonnées  $(x; y)$  qui vérifie  $f(x) = y$ .

Par exemple, le point A a pour coordonnées  $(60; 7800)$   
 Cela signifie pour la fonction  $f$ , que  $f(60) = 7800$  abscisse ordonnée  
 60 est l'antécédent de 7800 par  $f$ .  
 7800 est l'image de 60 par  $f$ .

Par exemple, le point B a pour coordonnées  $(200; 12000)$   
 donc  $f(200) = 12000$

Conclusion : Grâce aux coordonnées des points sur la représentation graphique d'une fonction, on peut lire des images et des antécédents.